LES MATHÉMATIQUES

ET

LA MÉDECINE

27

FACULTÉ DE MÉDECINE DE PARIS

Année 1906 N°

THÈSE

POUR

LE DOCTORAT EN MÉDECINE

Présentée et soutenue le mercredi 23 mai 1906, à 1 heure

PAR

G.-H. NIEWENGLOWSKI

LES MATHÉMATIQUES

ET

LA MÉDECINE

Président : M. GARIEL, *Professeur.*

Juges : MM. BRISSAUD, *Professeur.*
BROCA André, *Agrégé.*
LEGRY, *Agrégé.*

Le Candidat répondra aux questions qui lui seront faites sur les diverses parties de l'enseignement médical

PARIS
LIBRAIRIE GÉNÉRALE SCIENTIFIQUE & INDUSTRIELLE
H. DESFORGES
39, Quai des Grands-Augustins, 39

1906

FACULTÉ DE MEDECINE DE PARIS

Doyen	M. DEBOVE.
Professeurs	MM
Anatomie	POIRIER.
Physiologie	Ch. RICHET.
Physique médicale	GARIEL.
Chimie organique et chimie minérale	GAUTIER.
Histoire naturelle médicale	BLANCHARD.
Pathologie et thérapeutique générales	BOUCHARD.
Pathologie médicale	HUTINEL. BRISSAUD
Pathologie chirurgicale	LANNELONGUE.
Anatomie pathologique	CORNIL.
Histologie	Mathias DUVAL.
Opérations et appareils	SEGOND.
Pharmacologie et matière médicale	POUCHET
Thérapeutique	GILBERT
Hygiène	CHANTEMESSE
Médecine légale	BROUARDEL.
Histoire de la médecine et de la chirurgie	DEJERINE.
Pathologie expérimentale et comparée	ROGER.
Clinique médicale	HAYEM. DIEULAFOY. DEBOVE. LANDOUZY.
Maladies des Enfants	GRANCHER
Clinique de pathol. mentale et des malad. de l'encéphale.	JOFFROY.
Clinique des maladies cutanées et syphilitiques	GAUCHER
Clinique des maladies du système nerveux	RAYMOND.
Clinique chirurgicale	LE DENTU TERRIER BERGER. RECLUS.
Clinique ophtalmologique	DE LAPERSONNE
Clinique des maladies des voies urinaires	GUYON.
Clinique d'accouchements	PINARD. BUDIN.
Clinique gynécologique	POZZI.
Clinique chirurgicale infantile	KIRMISSON
Clinique thérapeutique	Albert ROBIN.

Agrégés en exercice.

MM	MM	MM	MM
AUVRAY	DUPRE	LEGRY.	PROUST.
BALTHAZARD.	DUVAL.	LEGUEU.	RENON.
BRANCA	FAURE.	LEPAGE.	RICHAUD
BEZANÇON.	GOSSET.	MACAIGNE.	RIEFFEL (chef des travaux anatomiques.
BRINDEAU	GOUGET.	MAILLARD.	TEISSIER.
BROCA André.	GUIART.	MARION.	THIROLOIX.
CARNOT.	JEANSELME.	MAUCLAIRE.	VAQUEZ.
CLAUDE.	LABBE.	MERY.	WALLICH.
CUNEO.	LANGLOIS.	MORESTIN.	
DEMELIN.	LAUNOIS.	POTOCKI.	
DEGREZ.			

Par délibération en date du 8 décembre 1798, l'Ecole a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront présentées doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation.

INTRODUCTION

Peut-on appliquer les mathématiques aux sciences biologiques ?

Il faut commencer par appliquer les mathématiques à l'étude de la cellule avant d'embrasser des sujets plus généraux.

L'application des mathématiques à la physique et — plus récemment — à la chimie ont fait faire à ces sciences de grands progrès.

Peut-il en être de même en ce qui concerne les sciences biologiques et, en particulier, la physiologie et la médecine.

Pour qu'on puisse répondre à cette question, il faut, avant tout, la préciser.

A priori, l'application des mathématiques à une science quelconque ne peut que profiter à ses progrès : le pire qui puisse arriver est que cette application soit inutile.

Mais cette inutilité ne peut être prévue d'avance : on ne pourra que se borner à constater que ce qu'on a fait jusqu'ici n'a servi à rien.

Il est donc oiseux de discuter *a priori* l'utilité des mathématiques en biologie.

Il est plus important, mais plus difficile, de répondre aux questions suivantes :

Comment doit-on s'y prendre pour appliquer les mathématiques à la physiologie ou à la pathologie ?

Quels sont les phénomènes physiologiques ou pathologiques que l'on peut traiter par le calcul ?

Sur quelles parties des mathématiques, de la mécanique et de la physique pourra-t-on s'appuyer ?

En physique, on commence par étudier les phénomènes les plus simples.

A plus forte raison, faut-il faire de même en physiologie : on commence par les faits élémentaires.

Le corps des êtres vivants étant composé de cellules groupées de diverses façons, on doit commencer par étudier une cellule avant de vouloir appliquer les mathématiques à un être vivant entier.

Les êtres les moins complexes sont les plastides nucléés et, parmi eux, les moins différenciés sont les rhizopodes réticulés.

Il semble plus naturel de les étudier avant d'aborder l'étude des êtres chez lesquels les diverses fonctions ont atteint leur suprême degré de différenciation.

De plus, l'expérience montre qu'une grande partie des manifestations de leur vie se ramène plus immédiatement à de simples phénomènes physiques ou chimiques.

Quand un homme se promène, il semble assez difficile d'expliquer les causes qui influent sur sa promenade ; au contraire, quand on met un plastide dans certains milieux

et dans des conditions connues, on peut, dans certains cas, déterminer dans quel sens il se mouvra.

On est amené à considérer un plastide comme un corps soumis à différentes forces, qui réagit sur le milieu ambiant.

On a, somme toute, en présence, un milieu et un corps. Ce qui se passe dans l'un des deux contribue à faire connaître ce qui se passera dans l'autre.

CHAPITRE I

Réponse analytique au problème le plus général que l'on puisse poser.

Deux difficultés : 1e Détermination des variables ; 2e Forme de la fonction. Pourquoi il est illusoire de prendre le temps comme variable unique. L'emploi des mathématiques ne consiste pas à dire des tautologies. Analyse d'un exemple. Il ne faut pas, quand on traite une question par le calcul, que le calcul puisse s'appliquer à un phénomène absolument quelconque. Le calcul doit représenter fidèlement le phénomène, mais n'a pas à dépasser la précision des expériences.

Le problème le plus général qui se pose consiste à déterminer de quelle façon un phénomène dépend des circonstantes environnantes.

Soient :

A, le phénomène ;

$$x_1,\ x_2,\ldots\ x_n$$

les variables dont il dépend.

On peut évidemment écrire :

$$A = f(x_1, x_2, \ldots\ x_n \ldots)$$

et, comme x_1, x_2,.... x_n sont fonctions du temps t, on aura finalement :

$$A = F(t).$$

Telle est la réponse à la question la plus générale qui puisse être posée. Mais cette réponse est purement formelle.

L'équation

$$A = f(x_1, x_2, \ldots x_n \ldots)$$

montre qu'avant de connaître la fonction f, il est nécessaire de déterminer x_1, x_2.... x_n ; c'est-à-dire que, quand on étudie un phénomène, il faut déterminer avant tout de quoi il dépend.

D'où une première difficulté que, seule, l'expérience peut résoudre.

Il faut, naturellement, distinguer les causes apparentes des causes efficientes.

Exemple : Mettons un plastide dans un certain liquide ; agitons le liquide ; le plastide se meut.

Est-ce l'agitation du liquide qui a déterminé ce mouvement ?

Si nous savons que dans le premier liquide, on a versé une substance dont la concentration plus ou moins grande attire ou repousse le plastide ; si on constate que dans le liquide ne contenant pas cette substance, le plastide ne se meut pas, même si on agite le liquide, nous serons conduit à penser qu'en agitant le premier liquide, nous avons changé sa concentration en différents points et qu'il faut voir là la cause des mouvements du plastide.

Cette cause est-elle la seule ? Il est évidemment impossible de le savoir ; nous pourrons pourtant dire : tout se passe commme si elle était la seule.

On pourrait multiplier les exemples à l'infini.

Nous venons de remarquer qu'il sera toujours impossible de savoir si on a déterminé toutes les variables x_1, x_2.... x_n. Ce simple fait suffit à montrer l'incertitude qui régnera sur la forme de la fonction f.

Supposons, d'ailleurs, que nous connaissons les x_i.

De

$$A = f(x_1, \ldots x_n)$$

comment tirer la fonction f?

On ne pourra donner à A une infinité de valeurs, correspondant à une infinité de valeurs de x_i ; les expériences sont en effet limitées ; et quand on aurait une infinité de relations :

$$A_1 = f_1 \qquad A_2 = f_2 \ldots\ldots A_n = f_n$$

cela ne suffirait pas à déterminer la fonction, puisqu'une courbe peut passer par un nombre infini de points connus, sans être connue pour cela.

Si la courbe est algébrique, elle sera déterminée si on s'en donne une petite portion, si petite soit-elle. Mais une courbe quelconque n'est pas, en général, algébrique, et — en particulier — il n'y a aucune raison pour que des phénomènes physiologiques soient liés par des relations algébriques.

On voit donc quelles sont les difficultés — de deux ordres — qui sont soulevées par cette simple relation :

$$A = f(x_1 \ldots\ldots x_n)$$

Nous avons dit qu'on la simplifie en posant :

$$x_1 = x(t) \quad x_2 = x'(t) \ldots$$

d'où

$$A = F(t).$$

En effet, au lieu de déterminer les variables x_i et la fonction f de plusieurs variables, il semble qu'on n'ait plus qu'à déterminer une fonction d'une seule variable, laquelle est bien connue.

Mais, ici, il faut bien s'entendre sur cette expression :

$$A = F(t).$$

On peut être tenté de croire que, parce qu'un phénomène s'est produit à telle date, il était possible de prédire qu'il se produirait à cette même date. Il n'en est rien.

Quand un phénomène s'est modifié à différentes époques, on peut évidemment le représenter par une formule

$$A = F(t).$$

Mais cette relation n'embrasse que les *événements passés*.

A chaque époque t_1 a correspondu un phénomène A_1, quelles que soient les causes qui ont produit A. Le temps écoulé a été mesuré d'une certaine façon ; au contraire, le temps non écoulé n'a pas encore été répéré.

Si l'on voulait connaître le phénomène A à une époque future t, comme A dépend toujours des variables x_i, il faudrait connaître les variables x_i, à la même époque ; mais un phénomène quelconque pouvant toujours être modifié par un autre phénomène, il faudrait connaître l'expression, en fonction de t, de tous les phénomènes qui se

passeront dans l'univers tout entier, ce qui est évidemment impossible.

En résumé, quand un phénomène dépend de variables x_i. sous quelque forme que l'on mette la fonction $f(x_i)$, le même phénomène dépendra toujours des variables x_i et l'expression

$$A = F(t)$$

aurait un sens si A dépendait *effectivement* du temps. — c'est-à-dire si, en modifiant arbitrairement t, on modifiait par cela même A. — Telles sont les formules de mécanique relatives aux vitesses et aux accélérations :

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad w = \frac{d^2s}{dt^2}$$

qui dépendent effectivement du temps.

Les remarques précédentes montrent qu'il y a des difficultés théoriquement insurmontables à se servir de formules mathématiques pour représenter les fonctions que l'on rencontre en physiologie.

Nous allons le montrer par un exemple. Un auteur, voulant représenter analytiquement les différentes phases de l'évolution cellulaire, examine quelle est la relation finie entre le temps et la quantité de substance cellulaire.

Soit s la quantité de substance cellulaire à un instant donné ; on a, dit-il :

$$s = F\ (t)$$

Nous remarquerons d'abord combien il est illusoire de considérer s comme fonction de t : c'est une façon de montrer que l'on ignore les variables dont dépend s.

Nous observerons aussi qu'un phénomène *quelconque* peut s'exprimer par la relation

$$\varphi = F\ (t)$$

et que c'est d'ailleurs le seul point qui soit commun à tous les phénomènes, de se passer dans le temps. Il faut avouer que pour les différencier, écrire

$$\varphi = F\ (t)$$

c'est bien mal choisir la variable dont ils dépendent.

Comment déterminer d'ailleurs la forme de la fonction F ?

Nous avons déjà dit que, quand bien même on aurait une infinité de valeurs de s en fonction de t, elles ne suffiraient pas à faire connaître la fonction ; tout ce que l'on pourrait faire, c'est construire une fonction qui, pour les valeurs t_1, t_2, t_3... t_n de t que l'on a considérées, prendrait les valeurs s_1, s_2, s_3... s_n qu'on a mesurées. On aurait ainsi une fonction qui représenterait tant bien que mal le phénomène, c'est-à-dire qui donnerait des résultats numériques sensiblement exacts ; mais la seule chose que l'on ignore c'est justement la *forme* de la fonction.

L'auteur cité, différentiant la relation

$$s = F\ (t)$$

écrit

$$ds = F'(t)\, dt.$$

C'est supposer que la fonction F a une dérivée. On ignore si cette fonction est continue et, en admettant qu'elle soit continue, c'est un fait connu qu'une fonction continue n'a pas nécessairement une dérivée.

Rien ne suppose que cette différenciation soit légitime.

La considération de la différentielle semble fournir d'importants résultats :

Quand la dérivée F' est positive, la masse cellulaire s'accroît. Or, c'est là une propriété commune à toutes les fonctions qui ont une dérivée : quand la dérivée est positive, la fonction est croissante.

La vitesse de l'accroissement cellulaire est souvent considérée comme égale à F' (t), puisqu'on a

$$F'(t) = \frac{ds}{dt}.$$

Mais c'est là une définition pure et simple, n'apprenant rien.

Intégrant la relation :

$$s = F(t)$$

entre t et T, en appelant S et s les quantités de substance cellulaire à la fin et au commencement, on a :

$$S - s = \int_t^T F'(t)dt = \int_t^T ds$$

d'où

$$S - s = F(T) - F(t).$$

Cette dernière formule pourrait non seulement être écrite immédiatement après la relation

$$s = \mathrm{F}(t),$$

mais aussi être écrite *sans savoir de quel phénomène il s'agit.*

Nous dirons — pour résumer — que quand on applique les mathématiques à une question, c'est pour l'éclaircir et non pour dire des tautologies et qu'une formule mathématique n'a *de sens que quand on donne un moyen de la calculer.*

Est-ce à dire qu'il faille tout de suite renoncer à introduire les mathématiques en physiologie ou en pathologie, sous prétexte qu'il sera impossible de connaître exactement les fonctions qu'on aura à considérer ?

Il est évident que non.

Quand on fait une expérience, on n'obtient jamais, dans les mesures, qu'une précision limitée.

Il n'y a aucune raison pour que les calculs que l'on bâtira sur les résultats d'expérience soient plus précis que les expériences elles-mêmes : cela serait même absurde.

Dès lors, à la fonction inconnue que l'on cherche, on substituera une fonction plus simple qui s'en approchera. Mais alors, il est clair que les fonctions ainsi introduites

ne seront utiles que si on les connaît effectivement, et si elles donnent des résultats numériques.

Ecrire $s = F(t)$ c'est parler pour ne rien dire.

Ecrire $s = 0{,}45 + 57t + 26t^2$, c'est donner une formule capable de rendre service, si ses résultats sont approchés et capables de faire connaître des résultats nouveaux sans de nouvelles expériences.

CHAPITRE II

Application de la mécanique à la physiologie.

Y a-t-il, au point de vue mécanique, des différences essentielles entre la matière inorganique et la matière vivante? Arguments tirés du mouvement, de l'irritabilité, de la transformation continuelle de la matière vivante et de l'irréversibilité de cette transformation. Tout ce qu'on a démontré en mécanique peut s'appliquer à la physiologie.

Y a-t-il entre les corps vivants et les corps morts une différence essentielle au point de vue mécanique et physique ?

Dans l'étude de l'être vivant, faut-il faire intervenir quelque chose comme « une force vitale » qui figurerait difficilement dans un calcul ?

Ce qui distingue un corps vivant d'un corps mort — a-t-on dit souvent — c'est le mouvement. Mais il est clair qu'il y a des corps non doués de vie qui se meuvent, ne serait-ce que les planètes.

Une autre différence que l'on a cru apercevoir réside dans la cause qui produit les mouvements des organismes et des corps inorganiques. Mais il est évident que quand on voit un mouvement se produire, provenant soit d'un organisme, soit d'un corps inorganique, il n'y a aucune

raison de donner à ces mouvements deux causes différentes ; car c'est à proprement parler le mouvement qui définit la cause du mouvement ; dans un cas comme dans l'autre, nous sommes en présence des mêmes faits et, si l'on appelle *force* la cause d'un mouvement, il n'y a pas lieu de distinguer deux choses qui ont le même effet, puisqu'on ne connaît d'elles que leur effet.

On a ajouté que les mouvements des organismes comme les mouvements musculaires, sont produits par des causes internes, tandis que les mouvements de la matière brute sont produits par des causes externes.

On peut remarquer qu'il serait assez malaisé de définir ce qu'on entend par cause interne et par cause externe ; et il est clair que tant qu'on ne l'aura pas fait, l'objection n'aura pas de portée.

Et, quand on aurait bien établi cette distinction, l'objection n'aura pas plus de portée ; car on peut trouver une ressemblance frappante entre une machine à vapeur et un organisme : l'une et l'autre se nourrissent, brûlent du carbone et produisent du mouvement par une cause intérieure.

On cite encore comme distinction essentielle l'*irritabilité* des corps vivants. Ici encore, il serait bon de définir exactement ce qu'on veut dire par là. Une substance explosive comme la nitroglycérine répond à une excitation extérieure par une production considérable d'énergie ; et c'est bien là, semble-t-il, ce que l'on entend d'ordinaire par l'irritabilité.

Il serait facile, par de nombreux exemples, de montrer

qu'en réalité ce que nous avons pris l'habitude d'appeler *irritabilité* de la matière vivante n'est autre que ce que nous appelons *affinité* quand il s'agit de matière inorganique (1).

Les deux propriétés fondamentales de la matière vivante, qui pendant longtemps l'ont séparée de la matière brute sont la *transformation continuelle* et *l'irréversibilité* de cette transformation.

Mais les substances colloïdales présentent ces deux propriétés :

« Ainsi le colloïde, dit M. Jacques Duclaux (2) dans son intéressante thèse, une fois que nous l'avons créé, *ne nous obéit plus.* Il se transforme sans cesse *sans que nous puissions l'empêcher.* Le seul moyen que nous ayons de nous opposer à son évolution est d'y arrêter tout mouvement, en congelant toute la masse : mais une fois revenu à la température ordinaire, quoique profondément transformé, il recommencera à évoluer.

. . . . . .

« La matière vivante se transforme aussi, sans tendre vers aucune limite : une spore, par exemple, se modifie avec une lenteur extrême, mais on ne peut pas l'amener artificiellement à un état qui soit stable. L'évolution de la matière vivante est déterminée à chaque instant, comme

(1) Denis Courtade. *L'irritabilité dans la série animale.*

(2) Jacques Duclaux. *Recherches sur les substances colloïdales.* Thèse présentée à la Faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de Docteur ès sciences physiques, 1904.

celle des colloïdes, *par tous ses états antérieurs*, comme si sa vie écoulée lui donnait une volonté propre. Si nous essayons de l'amener plus vite à l'un des états par lequel elle passera plus tard, nous forçons son évolution et elle y arrive avec des propriétés différentes et en tendant vers un but différent : la direction qu'elle prend en un moment quelconque de sa vie dépend de tout ce qu'elle a acquis depuis sa naissance. »

Il est vrai que *lorsque les conditions nécessaires pour que la matière vivante maintienne intact son état d'organisation* cessent d'être remplies, ou bien elle passe à l'état de vie latente, ou bien elle se désassimile et meurt. Dans ce dernier cas, les diverses unités chimiques qui la composent se désagrègent ou bien affectent des liaisons chimiques incompatibles avec la vie (1).

Mais si la mort de l'être vivant arrive d'autant plus facilement que l'être considéré est plus complexe et s'il semble que l'évolution naturelle de l'être vivant consiste à *naître*, *s'accroître* et *mourir*, cette évolution est moins évidente quand on s'adresse à l'être vivant le plus simple. « Prenons par exemple, dit M. Félix Le Dantec, une bactérie charbonneuse ou une amibe. Nous verrons ce plastide s'accroître indéfiniment pourvu que les conditions de milieu le permettent. L'accroissement est surtout limité par un maximum de la dimension d'équilibre possible et est alors suivi d'une division. Dans un milieu suffisamment vaste (la mer ou un fleuve) pour que les conditions

(1) Denis Courtade. *L'irritabilité dans la série animale.*

ne changent guère par suite de la vie élémentaire manifestée du plastide lui-même, une bactérie peut s'accroître sans changer de forme, reste semblable à elle-même au cours de sa croissance et se bipartit quand elle a atteint son maximum de dimension en donnant deux bactéries semblables à ce qu'elle était elle-même au début de l'observation. Aucune variation n'apparaîtra dans sa constitution, quel que soit le nombre de bipartitions (1). »

Le rôle de la science biologique est surtout de déterminer les forces physico-chimiques ou mécaniques qui produisent une forme ou un phénomène biologique ; aussi est-il rationnel de chercher à reproduire cette forme ou ce phénomène par le seul jeu de ces mêmes forces physico-chimiques, sans aucune intervention de la vie.

C'est ce qu'a fait avec succès le docteur Stéphane Leduc qui a cherché — non pas à reproduire un être vivant — mais, en dirigeant les forces de la nature, à reproduire séparément les formes élémentaires des êtres vivants et les phénomènes de la vie.

C'est ainsi qu'en 1901, il a montré comment la diffusion pouvait produire des formes analogues aux cellules et aux tissus cellulaires avec les membranes d'enveloppe, des contenus analogues au cytoplasma, et les noyaux ; comme les cellules vivantes, ces cellules ont un double courant de la périphérie au centre et du centre à la périphérie ; ce double courant se continue tant que l'on maintient la diffé-

(1) Félix Le Dantec. *Théorie nouvelle de la vie*, p. 155. Un volume de la Bibliothèque internationale scientifique.

rence de concentration entre le centre et la périphérie ; il peut être arrêté par la dessication et reprend lorsqu'on fournit de l'eau à la préparation, montrant ainsi l'image de la vie latente des graines et des rotifères. La cellule artificielle dissocie les molécules, assimilant à sa substance les ions peu diffusibles et éliminant les ions plus diffusibles.

Dans ses communications de 1904 et de 1905, le docteur Stéphane Leduc a montré comment, sous l'influence de la diffusion et de la cohésion, les liquides pouvaient subir une segmentation analogue à celle du vitellus, et se transformer en un tissu lacunaire, ou cellulaire, analogue aux tissus dont sont constitués les êtres vivants.

En 1903 et 1904, il a montré comment la diffusion pouvait produire les figures et les phénomènes observés dans la karyokinèse.

Enfin, l'an dernier, le docteur Leduc a présenté le résultat de ses recherches expérimentales pour reproduire des phénomènes analogues à ceux de la germination et de la croissance (1).

Des considérations précédentes, on peut tirer la conclusion suivante :

« L'être vivant a été longtemps considéré comme doué de propriétés tout à fait spéciales et sans analogie avec celles que manifestent les corps étudiés dans le règne

(1) Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences. Ajaccio, 1901 ; Montauban, 1902 ; Angers, 1903 : Grenoble, 1904 ; Cherbourg, 1905.

minéral. Les acquisitions scientifiques de la seconde moitié de ce siècle ne permettent plus de s'arrêter à cette conception et la matière vivante doit être rattachée d'une manière directe au reste de l'univers. Depuis le minéral le plus simple jusqu'à l'animal le plus compliqué en organisation, tout n'est qu'assemblage, dans des proportions variées, des différents corps simples connus, et les phénomènes qu'ils présentent sont tous de même ordre et obéissent aux mêmes lois. » (1)

Il en résulte que toutes les propositions que l'on démontre en mécanique sont applicables aussi bien à la matière vivante qu'à la matière inorganique entre lesquelles il n'y a lieu de faire aucune distinction au point de vue mécanique.

(1) Denis Courtade. L'*Irritabilité daus la série animale.*

CHAPITRE III

Applications de l'étude mathématique des équilibres chimiques à la physiologie, à la pathologie et à la thérapeutique.

On trouve dans la matière vivante les mêmes corps simples que dans la matière inorganique. Etude analytique de l'action des diastases, des toxines et des antitoxines.

Y a-t-il entre les organismes et les corps bruts des différences au point de vue chimique ?

Tous les corps simples que l'on a rencontrés dans les organismes se trouvent aussi dans les matières inorganiques et avec les mêmes propriétés.

Le seul fait que l'on ait remarqué et qui peut différencier un organisme d'un corps inorganique, c'est la présence constante de certaines combinaisons chimiques d'une grande complexité, notamment des albuminoïdes.

Mais ce fait donne simplement un moyen de discerner un corps organique d'un corps inorganique.

Les corps qui se trouvent d'une façon constante dans les organismes réagissent les uns sur les autres et se combinent aux autres corps de la façon à laquelle nous a accoutumés l'étude de la nature inorganique.

Au point de vue chimique il n'y a donc, entre un organisme et un corps brut, aucune différence qui empêche d'appliquer à l'étude des êtres vivants toutes nos connaissances en chimie.

Or on sait combien ces derniers temps, depuis les travaux de Gibbs, de M. Le Chatelier et d'autres savants, quelle large part les mathématiques ont prise dans la chimie : une part égale leur est, au point de vue chimique, réservée en physiologie, en pathologie et en thérapeutique.

Nous nous contenterons de donner deux exemples :

1° On connaît le rôle que jouent les diastases dans la nutrition chez les microbes ; elles sont un intermédiaire entre le protoplasma cellulaire et l'aliment ; on sait aussi quelles analogies étroites unissent les diastases et les toxines microbiennes.

Or M. Victor Henri, après avoir montré que les propriétés générales des diastases, à savoir :

a) Chaque diastase agit sur des corps bien déterminés; dans beaucoup de cas, il a été possible d'établir une relation entre les propriétés stéréochimiques des corps qui sont attaqués par une diastase donnée ;

b) Toutes les diastases forment des solutions colloïdales ;

c) Il y a une disproportion énorme entre la quantité d'une diastase et la quantité de corps qui peut être transformée par une diastase donnée ;

d) Les diastases ne s'affaiblissent pas pendant leur action ; elles apparaissent comme indestructibles.

montrent que les actions diastasiques font partie du

groupe des actions catalytiques produites par les colloïdes, est arrivé, par un calcul qu'il est inutile de reproduire ici, à la formule suivante pour exprimer l'action des diastases (1) :

$$x = \frac{a}{k_1 - k}\left[(k_1 - A)\,e^{-kt} - (k - A)\,e^{-k_1 t}\right]$$

dans laquelle

$$A = \frac{1}{1 + ma}$$

m étant une constante et a la concentration du corps sur lequel agit la diastase.

Dans cette formule x est, au temps t, la concentration du corps qui se transforme.

II. On connaît le rôle que les *antitoxines* sont appelées à jouer dans la thérapeutique de l'avenir ; l'exemple de la diphtérie est classique.

L'action de l'antitoxine sur la toxine a d'abord été considérée comme analogue à celle d'un acide sur une base ; l'expérience n'a pas tardé à montrer qu'il n'en est rien ; l'effet de doses successives d'antitoxines n'est pas de même grandeur.

On a d'abord essayé d'expliquer ce fait en supposant qu'une toxine est composée d'un grand nombre de poisons qui possèdent une virulence différente pour des quantités équivalentes à la même dose d'antitoxine.

(1) *Société française de physique*, séance du 17 mars 1905.

Une explication plus simple — dit M. Arrhénius (1) — consiste à supposer que la toxine ne contient qu'une seule sorte de poison, mais que la réaction de ce corps sur l'antitoxine n'est pas parfaite, comme cela arrive très souvent pour les réactions de la chimie organique. Il existerait donc un équilibre chimique entre les deux corps réagissant et leurs produits de réaction, à peu près de la même manière que dans l'équilibre chimique classique, étudié par Berthelot :

$$\text{Acide organique} + \text{alcool} \rightleftarrows \text{éther} + \text{eau}.$$

Si cette supposition est exacte, on pourra calculer la grandeur de la réaction après l'addition de doses définies d'antitoxines.

Les expériences de M. Madsen sur la neutralisation par son antitoxine de la tétanolysine, produit vénéneux du *bacillus tetani* ; de MM. Arrhénius et Madsen sur la toxine diphtérique, ont donné une concordance entre les nombres observés et les nombres calculés qui justifie pleinement cette hypothèse.

La toxine et l'antitoxine donnent, d'après eux, deux produits différents qu'ils ont appelés *toxinan* et *titoxine*.

Tout se passe donc, dit M. Arrhénius, comme dans la formation des éthers, où d'une molécule d'acide et d'une molécule d'alcool naissent une molécule d'éther et une molécule d'eau.

On peut donc appliquer à l'action d'une antitoxine sur

(1) *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 15 juillet 1904.

la toxine correspondante le calcul classique de M. Berthelot sur l'éthérification :

La vitesse d'éthérification étant donnée par la formule

$$\frac{dy}{dt} = k\left(1 - \frac{y}{l}\right)^2$$

dans laquelle

l désigne la limite d'éthérification ;

y la portion d'acide ou d'alcool déjà combiné ;

t le temps ;

k un coefficient dépendant de la nature des substances réagissantes.

En intégrant et remarquant que la quantité formée est nulle au commencement de l'expérience, on obtient, entre la quantité y d'éther formée au bout du temps t et la limite l, la relation :

$$1 = \left(\frac{kt}{l} + 1\right)\left(1 - \frac{y}{l}\right)$$

CHAPITRE IV

Application à la physiologie des théories de l'élasticité.

Exemple de la contraction d'une fibre musculaire. Pénétration de la substance isotrope dans la substance anisotrope. La couche isotrope devient plus refringente, plus foncée, plus consistante; la couche anisotrope devient plus claire et moins consistante. Phénomènes électriques qui en résultent.

Nous avons vu que les lois les plus importantes de la mécanique, de la physique et de la chimie s'appliquent à la matière vivante.

On pourrait développer, parmi ces lois, celles qui lui sont plus particulièrement propres.

C'est ainsi qu'une grande partie de la mécanique s'occupe des solides invariables. Or, ce qui frappe tout d'abord dans un corps organisé, c'est que loin d'être un solide invariable, il est composé d'un très grand nombre d'éléments de densité, de structure, ...d'état différents, les uns liquides, les autres solides, d'autres pateux ou visqueux...

Il faut donc, tout en leur appliquant les principes généraux de la mécanique, faire intervenir dans les calculs la nature même des corps étudiés.

Or, il y a un chapitre de la mécanique qui répond justement à l'objet qui nous occupe : c'est la théorie de l'élasticité.

La théorie de l'élasticité est une des théories les plus parfaites qui existent. Elle a donné, en physique les résultats les plus féconds : par elle, s'est établi un lien étroit entre les phénomènes en apparence si différents qu'on étudie sous les noms de phénomènes lumineux et de phénomènes électriques ; par elle, Fresnel a expliqué dans leurs plus petits détails les faits les plus curieux de l'optique et Maxwell ceux de l'électricité.

Sans discuter *a priori* pour savoir si l'application des théories de l'élasticité est utile à la physiologie, nous nous proposons d'appliquer quelques-uns de ses résultats les plus simples à une des questions qui semblent les plus difficiles à traiter par le calcul : nous voulons parler de la contraction musculaire.

Nous verrons quelle confirmation frappante l'expérience donne aux résultats du calcul et comment on aurait pu, en appliquant les simples lois de la mécanique et de la physique à la matière vivante, prévoir la production d'électricité qui accompagne le fonctionnement du muscle.

Considérons une fibre musculaire isolée. Les histologistes nous apprennent qu'elle est formée de couches d'une substance isotrope alternant avec des couches de substance anisotrope.

Les couches isotropes sont plus fluides et plus claires que les couches anisotropes. Ces couches forment pour ainsi dire des disques empilés les uns sur les autres.

Supposons que le muscle se contracte. Que va-t-il se

passer ? Considérons d'abord une couche isotrope et étudions le mouvement qu'elle est capable de propager.

On sait qu'un fluide ne peut transmettre de vibrations transversales. Comme les couches isotropes sont beaucoup plus fluides que les couches anisotropes, nous supposerons que les premières ne transmettent que des mouvements longitudinaux.

Fig. 1. — Fibre musculaire schématique. *i*, substance isotrope. *a*, substance anisotrope.

Nous étudierons ensuite les mouvements transversaux qui se propagent dans les parties anisotropes des fibres musculaires.

Prenons un axe des x parallèle à la direction d'une fibre et un axe des y perpendiculaire.

Soit u le déplacement transversal, parallèle à l'axe des x.

On aura :

$$u = f(t,x)$$

en désignant le temps par t.

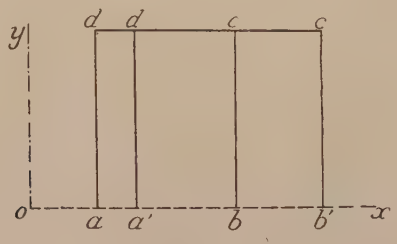

Fig. 2.

Imaginons dans la cellule une tranche cylindrique infiniment petite, de base ω, de hauteur dx. Soit $a\,b\,c\,d$ sa

portion d'équilibre et $a'b'c'd'$ sa nouvelle portion après la contraction :

$$aa' = u \qquad bb' = u + du = u + \frac{du}{dx}\,dx$$

Pour maintenir la tranche $a'b'c'd'$ dans son état de contraction, il faut, d'après la théorie de l'élasticité, appliquer sur la face $a'd'$ d'une force.

$$-\omega N_1 = -\omega\,(\lambda\theta + 2\mu a_1)$$

et, sur la surface $c'd'$ une force normale.

$$\omega\,(N_1 + dN_1) = \omega\left(N_1 + \frac{dN_1}{dx}dx\right)$$

en appelant α_1 la contraction par unité de longueur, parallèlement à Ox, λ et μ étant les coefficients de Lamé et θ représentant la dilation cubique.

L'ensemble de la tranche infiniment mince est donc sollicité par une force

$$\omega\,\frac{dN_1}{dx}\,dx.$$

Cette force est égale au produit de l'accélération par la masse. La masse de l'unité de volume étant ρ on a :

$$\rho\omega dx\,\frac{d^2u}{dt^2} = \omega\,\frac{dN_1}{dx}\,dx$$

ou

$$\rho\,\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{dN_1}{dx}$$

$$N_1 = \lambda\theta + 2\mu\alpha_1 \qquad ab = dx \qquad a'b' = dx\left(1 + \frac{du}{dx}\right)$$

Donc :

$$\alpha_1 = \frac{du}{dx} \qquad \theta = \frac{du}{dx}$$

dans le déplacement considéré.

On a donc :

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \qquad \frac{d^2u}{dx^2} = \varphi_1^2 \frac{d^2u}{dx^2}$$

La quantité

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

est donc égale à la vitesse de propagation de la contraction.

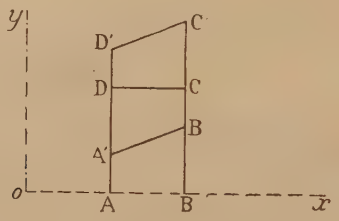

Fig. 3.

Etudions maintenant les mouvements transversaux des couches anisotropes.

Prenons, comme plus haut, des axes de coordonnées Ox, Oy et considérons le déplacement transversal w, parallèle à Oy d'une tranche infiniment petite ABCD. En se contractant, la tranche devient A'B'C'D' et on a :

$$AA' = w \qquad BB' = w + \frac{dw}{dx}\,dx.$$

Pour maintenir la tranche A′B′C′D′ dans son état de déformation, il faut appliquer à la face A′D′, suivant la direction Oy une force tangentielle égale à

$$-\omega\mu\frac{dw}{dx}$$

Sur la face B′c', il faudra appliquer une force égale à

$$\omega\mu\left(\frac{dw}{dx}+\frac{d^2w}{dx^2}dx\right).$$

Si on considère la tranche infiniment petite A′B′C′D′ comme mise en mouvement par la différence de ces deux forces, l'équation du mouvement s'écrira :

$$\omega\rho dx\frac{d^2w}{dt^2}=\omega\mu\frac{d^2w}{dx^2}dx$$

ou

$$\frac{d^2w}{dt^2}=\frac{\mu}{\rho}\frac{d^2w}{dx^2}.$$

La vitesse de propagation de ce mouvement transversal est

$$v_2=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Ainsi, d'après la nature même du mouvement, les couches isotropes tendent à se contracter ou à se dilater latéralement ; les couches anisotropes tendent à se dilater transversalement.

Si les couches isotropes, en se contractant, se dilatent aussi transversalement, cela tient à ce que la place leur manque parallèlement à Ox, et non au mouvement qui se propage au milieu d'elles.

Les molécules de la substance anisotrope s'écartent parallèlement à Oy par suite de leur mouvement ; au contraire, celles des couches isotropes se resserrent.

On peut calculer la vitesse de la contraction par la formule :

$$v_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{et} \quad v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$\mu = \frac{1}{2}\frac{E}{1+\sigma} \qquad \lambda = \frac{E}{1+\sigma} + \frac{\sigma}{1-2\sigma}$$

où

$$\sigma = \beta \frac{l}{\Delta l}$$

β étant la contraction latérale et $\frac{\Delta l}{l}$ la contraction longitudinale, E l'élasticité.

La durée de la propagation de la contraction s'obtient en faisant séparément la somme des temps employés pour la contraction des substances isotropes et anisotropes.

L'élasticité E peut se mesurer directement par les méthodes habituellement employées ; il en est de même des contractions latérales relatives à une tension donnée.

Ainsi, les déplacements latéraux seront beaucoup moins sensibles dans les couches isotropes : au contraire, ils auront leur maximum d'intensité dans les couches anisotropes.

Qu'est-ce que cela veut dire ?

Quand un corps se dilate dans un sens, c'est que les molécules qui le composent s'éloignent les unes des autres dans le sens considéré.

Dans le cas de la couche anisotrope, les molécules

s'écartaient les unes des autres parallèlement à Oy ; dans la couche isotrope, les molécules tendaient au contraire à se déplacer dans le sens Ox. Or ces deux directions sont rectangulaires.

Représentons (fig. 4) les molécules isotropes par des

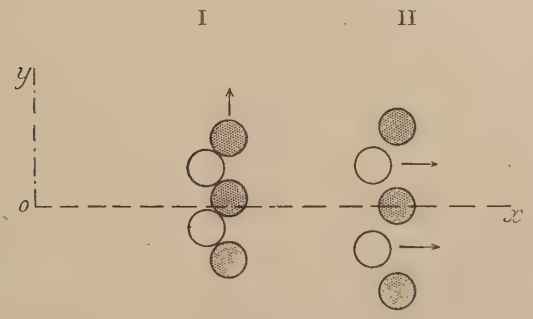

Fig. 4.

disques blancs, les molécules anisotropes par des disques noirs. La figure 4, I représente la fibre musculaire à l'état naturel ; dans la figure 4, II les disques noirs s'écartent dans le sens Oy et laissent entre eux des intervalles plus grands ; les disques blancs cheminent dans la direction Ox et pénètre dans les intervalles vides.

Nous arrivons donc à une *première conclusion* : dans l'état de contraction musculaire, la substance isotrope pénètre partiellement dans la substance anisotrope.

La substance isotrope qui a une tendance à se déplacer parallèlement à Ox est comprimée, puisque la fibre se raccourcit ; mais quand un corps se comprime, ses molécules resserrent les intervalles qu'elles laissent entre elles ; dans un même volume, il y en a davantage. La

substance devient donc *plus consistante*, *plus foncée* et *plus réfringente*.

Comme *troisième conclusion*, nous remarquons que la substance anisotrope est pénétrée partiellement par la substance isotrope, plus molle et plus claire; il en résulte que, pendant la contraction, la substance anisotrope devient plus molle et plus claire.

Enfin, puisque dans la substance anisotrope les molécules se sont séparées dans le sens Oy pour effectuer leurs mouvements transversaux et ont livré passage aux molécules isotropes, une énergie a été mise en jeu : l'énergie nécessaire pour écarter ces molécules. Ces frottements moléculaires et cette dépense d'énergie a donné naissance à une certaine quantité de chaleur, évidemment plus forte que dans les couches isotropes, où rien de tel ne s'est passé.

Nous ignorons si cette différence de température a pu être mise en évidence par l'expérience.

Quoi qu'il en soit, nous avons en présence une sorte de pile de disques dont la température alterne ; or le contact de substances à des températures différentes produit une différence de potentiel.

Le fonctionnement du muscle est donc accompagné d'un phénomène électrique.

Or les phénomènes où l'électricité entre en jeu sont réversibles : en électrisant une goutte de mercure on la déforme et, inversement, en déformant une goutte de mercure on peut donner naissance à un courant.

De même que la contraction musculaire produit un courant, l'électrisation d'un muscle provoque sa contraction.

Nous pourrions appliquer au muscle les principes de la thermodynamique. La *thermodynamique du muscle* a fait l'objet d'un intéressant rapport du docteur André Broca au Congrès international de physique de 1900, d'où il résulte que le muscle ne se comporte pas comme une machine thermique, mais comme une pile électrique.

CHAPITRE V

Application de la tension superficielle à la forme des amibes et des leucocytes. Mouvements amiboïdes. Phagocytose.

Equations des mouvements et déformations élémentaires. Calcul des réactions élastiques totales. Possibilité d'orienter les mouvements amiboïdes ; analogie avec les déplacements électriques du mercure.

Non seulement on peut appliquer à la physiologie les principes des mathématiques et les principes des sciences expérimentales ; mais encore on peut utiliser le raisonnement par analogie et tel fait qui explique un phénomène physique pourra souvent aussi servir d'explication à un phénomène biologique.

Considérons un leucocyte ou bien un amibe ; ce sont des corps à consistance fluide.

Supposons-les au repos. Quelle sera leur forme ?

Pour répondre à cette question, envisageons d'autres corps de consistance fluide : une goutte d'eau par exemple. Sa forme est sensiblement sphérique. Il en est de même d'un amibe ou d'un leucocyte ; c'est que ces corps présentent à leur surface une certaine tension superficielle : tout se passe comme si les matières molles qui les com-

posent étaient entourées d'une membrane de caoutchouc ; leur forme sera donc sensiblement celle d'une sphère.

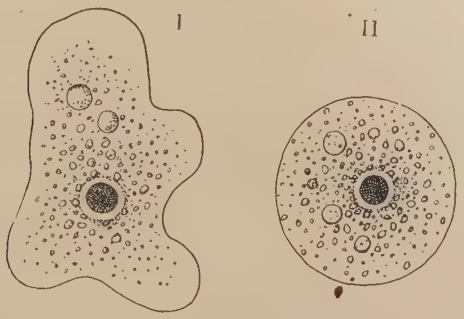

Fig. 5. — Amibe. I à *l'état normal*; II *en nécrobiose*.

La tension superficielle est variable et dépend des circonstances environnantes : supposons que, pour un motif

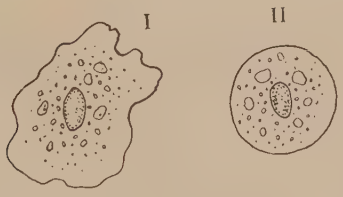

Fig. 6. — Leucocyte. I à *l'état normal*; II*en nécrobiose*.

ou un autre, elle varie en certains points ; alors tout se passe comme si la membrane qui enveloppait le leucocyte devenait plus mince en ces points et incapable de maintenir fermement les substances molles qu'elle retenait. Il se produira vers ce point une poussée à laquelle la membrane cédera et un écoulement de matière qui dé-

formera l'amibe ou le leucocyte. On comprend donc très bien pourquoi l'amibe et le leucocyte ne présentent la forme sensiblement sphérique que lorsqu'ils sont en nécrobiose.

En même temps que la déformation, il y a déplacement du centre de gravité : l'amibe subit un déplacement.

On explique ainsi d'une façon très simple la manière de marcher propre à ces organismes.

Nous venons de voir que le leucocyte se déforme en avançant. Comment se déforme-t-il ? Garde-t-il la forme d'un ellipsoïde aplati ? Il est facile de voir que non et de voir que sa déformation est irrégulière.

Pour le voir, étudions le déplacement d'un espace infiniment petit, autour d'un point du leucocyte. Supposons le déplacement *continu* ; ce sera notre seule hypothèse ; elle est d'ailleurs justifiée, car si le déplacement n'était pas continu, il se produirait une déchirure et le corps du leucocyte se séparerait en deux.

Soient u, v, w, le déplacement de l'élément de coordonnées x, y, z.

Quant le point vient en

$$x + h,\ y + h,\ z + h$$

le déplacement u, v, w devient u', v', w' et l'on a :

$$u' = u + \frac{du}{dx}\,h + \frac{du}{dy}\,k + \frac{du}{dz}\,l$$

$$v' = v + \frac{dv}{dx}\,h + \frac{dv}{dy}\,k + \frac{dv}{dz}\,l$$

$$w' = w + \frac{dw}{dx}\,h + \frac{du}{dy}\,k + \frac{du}{dz}\,l$$

Posons :

$$a_1 = \frac{du}{dx}; \quad a_2 = \frac{dv}{dy}; \quad a_3 = \frac{dw}{dz}$$

$$2b_1 = \frac{dw}{dy} + \frac{dv}{dz};$$

$$2b_2 = \frac{du}{dz} + \frac{dw}{dx};$$

$$2b_3 = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}$$

$$2\alpha_1 = \frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dx};$$

$$2\alpha_2 = \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx};$$

$$2\alpha_3 = \frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}.$$

On aura donc :

$$u' = u + \beta l - \gamma k + a_1 h + b_3 k + b_2 l,$$
$$v' = v + \gamma h - \alpha l + b_3 h + a_2 k + b_1 l,$$
$$w' = w + \alpha k - 6h + b_2 h + b_3 k + a_3 l.$$

Les termes en u, v, w sont relatifs à une translation ; ceux en $\beta l - \gamma k$, $\lambda h - \alpha l$, $\alpha k - \beta h$ à une rotation de composantes α, β, γ, les termes complémentaires à une déformation qui se fera normalement à l'ellipsoïde :

$$a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 z^2 + 2b_1 yz + 2b_2 zx + 2b_3 xy = \lambda.$$

Par suite, le déplacement infiniment petit des molécules du leucocyte se compose d'une translation, puis d'une rotation, puis enfin d'une déformation élémentaire.

Ainsi, le fait seul que les diverses particules qui composent le leucocyte ne restent pas immobiles, suffit à nous

faire concevoir qu'en se déformant il ne restera pas semblable à lui-même.

Au contraire, chacune de ses parties, si petite qu'elle soit, sera déformée : leurs fonctions relatives changeront, puisqu'elles effectueront non seulemen t une translation mais aussi une rotation et subiront un changement de volume. La déformation totale résultant de ces déformations partielles, sera donc irrégulière ; les déformations élémentaires seront déterminées par la tension superficielle.

Mais chacune des particules du leucocyte est douée d'une certaine élasticité ; chaque atome qui le compose est comme un ressort qui se tend et se détend.

Or il n'est pas impossible de calculer les réactions élastiques du leucocyte.

En effet, les réactions élastiques sont égales à

$$\int\int\int \left(\frac{dN_1}{dx} + \frac{dT_1}{dy} + \frac{dT_2}{dz}\right) d\omega = \int\int (m\mathrm{N}_1 + n\mathrm{T}_1 + p\mathrm{T}_2)\, d\sigma.$$

N_i et T_i désignant les composantes de forces élastiques élémentaires ; $d\omega$ et $d\sigma$ le volume et la surface d'une molécule du corps considéré ; m, n, p, les cosinus des angles que la normale de la surface d'une molécule fait avec les axes.

On aura, relativement aux deux autres axes de coordonnées deux relations analogues.

Or, supposons que le leucocyte se déplace suivant l'axe des x, pour fixer les idées.

Ecrivons, pour avoir l'équation du mouvement du centre de gravité que la force est égale au produit de la masse par l'accélération.

Suivant Ox, l'accélération est $\frac{d^2u}{dt^2}$; elle est nulle suivant Oy et suivant Oz.

On aura donc trois équations pour déterminer les six fonctions N_i , T_i $(i = 1, 2, 3)$. Mais on pourra avoir trois autres équations en écrivant les équations relatives à la surface du leucocyte, obtenues en écrivant que les forces élastiques appliquées en chaque point de sa surface font équilibre aux forces extérieures : ces forces extérieures dépendent du milieu où se trouve l'organisme ; dans un liquide, par exemple, ce sera la pression.

Ainsi, les six fonctions N_i et T_i sont déterminées par six équations.

On n'aura plus qu'à résoudre un problème de mathématiques pures, dont nous ne développerons pas les calculs.

Remarquons enfin que l'accélération sera connue par l'observation directe du mouvement, en dérivant l'expression de la vitesse par rapport au temps ; la masse s'obtiendra par une pesée.

Mais si nous connaissons le mouvement du centre de gravité, nous ne connaîtrons que l'ensemble des réactions élastiques relatives au leucocyte ; pour connaître la force élastique en chaque point, il faudrait étudier le mouvement de chaque région de cet organisme ou alors supposer que le coefficient d'élasticité est le même dans tout son corps, ce qui n'est peut-être pas.

L'étude de la déformation des leucocytes permet d'expliquer la phagocytose.

D'après ce que nous venons de dire sur les mouvements amiboïdes, il semblerait qu'on puisse les produire à volonté et diriger un rhézopode réticulé, par exemple, dans telle direction qu'on voudra.

C'est le mouvement qui semble souvent la caractéristique de l'être vivant et la manifestation de sa volonté ; si nous montrons qu'on peut produire les mouvements des amibes artificiellement, nous aurons donné une confirmation de plus aux théories qui ne veulent voir dans les phénomènes physiologiques que des faits mécaniques et physiques.

Or on sait qu'il est possible, en versant certaines substances dans un liquide approprié où on a placé un amibe, de le faire se diriger vers les points où la concentration est maxima. En variant la concentration du liquide en différents points on fera décrire à l'amibe tel chemin que l'on voudra.

Il semble très probable que les mouvements de l'amibe ou du leucocyte sont dus à des différences de tension superficielle et ainsi devient frappante la comparaison de ces organismes avec les gouttes de mercure dont l'électrisation change aussi la tension superficielle en les oxydant et détermine des mouvements.

CHAPITRE VI

De l'importance des analogies mathématiques.

Deux exemples : nutrition d'un organisme monocellulaire. Les ondulations organiques. Analogies diverses entre la matière inorganique et la matière vivante : applications à la thérapeutique. Action d'une cause secondaire sur le cours d'une maladie.

« Il arrive souvent que des phénomènes d'ordres différents, de natures concrètes bien distinctes, présentent au point de vue des relations des éléments qui les caractérisent et des lois mathématiques qui les régissent, des ressemblances frappantes. Des éléments, ayant des significations concrètes tout à fait distinctes dans deux phénomènes distincts, jouent souvent des rôles semblables, et cette ressemblance des rôles conduit d'une manière naturelle à une ressemblance des relations.

« Les *analogies mathématiques* qui en résultent entre de tels phénomènes sont souvent si complètes que tout résultat obtenu dans l'étude d'un de ces phénomènes peut être immédiatement transporté, avec sa traduction spéciale, dans le second, en substituant aux conceptions particulières, rencontrées dans la théorie du premier phénomène, leurs conceptions correspondantes dans le second.

« C'est par les considérations d'analogie entre les problèmes électrique et thermique que Ohm a édifié sa belle théorie de la propagation de l'électricité en y transportant le mode de raisonnement par lequel Fourier avait déjà édifié la théorie de la propagation de la chaleur. Maxwell s'en est très fréquemment servi dans ses recherches ;

« L'analogie des lois des gaz parfaits avec celles de la pression osmotique a également été un guide pour les physiciens qui ont établi la théorie de la pression osmotique (qui joue un si grand rôle dans les phénomènes biologiques).

« Les considérations d'analogies ont aujourd'hui une haute valeur scientifique et rendent toujours de réels et très grands services. Certains résultats se présentent d'une façon plus naturelle dans un ordre d'idées que dans un autre ; c'est surtout par cette raison que les analogies, si incomplètes qu'elles puissent être, ont toujours le grand mérite de suggérer des recherches dans certaines directions, d'engager à essayer de préférence tel raisonnement ou de tenter telle expérience (1). »

Nous donnerons deux exemples d'analogies mathématiques :

Considérons un organisme monocellulaire et supposons, avec le docteur J. Deschamps (1), *que les conditions exté-*

(1) Michel Petrovitch. *Les analogies mathématiques et la philosophie naturelle.* Revue générale des sciences pures et appliquées, 1901, p. 626.

rieures de milieu d'où dépend l'activité du phénomène nutritif restent constamment les mêmes, et que, de plus, la substance cellulaire elle-même conserve constamment les mêmes relations de position avec ce milieu.

Dans ces conditions, l'expérience et le raisonnement montrent que la nutrition s'opère constamment dans les mêmes conditions. Désignant par s la quantité de substance cellulaire au temps t, ce fait se traduit analytiquement par la constance du coefficient nutritif $\frac{ds}{s}$:

$$\frac{ds}{s} = h dt.$$

On tire de là par intégration et, en désignant par s_0, la quantité initiale de substance nutritive:

$$\log \frac{s_0}{s} = ht$$

$$s = s_0 e^{ht}$$

La loi ainsi exprimée régit une foule de phénomènes de natures différentes parmi lesquels nous citerons :

La variation de la quantité d'un corps qui se transforme progressivement sous l'action d'un ferment ou d'un agent physique *(loi de la vitesse d'une réaction monomoléculaire)*.

L'affaiblissement de la lumière passant à travers un milieu absorbant (*loi de l'absorption*).

Le refroidissement d'un corps solide par échange de chaleur avec le milieu environnant (loi de Newton).

La décroissance de la pression barométrique quand on s'élève dans l'atmosphère (*loi* de Laplace), etc., etc.

Quand on étudie un phénomène A, on peut le considérer comme produit par une cause B et représenter cette cause comme une fonction du temps :

$$B = f(t)$$

Si on a trouvé un moyen de mesurer la cause B, c'est-à-dire de l'exprimer par un nombre, on aura la valeur numérique du phénomène A en cherchant la relation qui lie A à B :

$$A = \varphi(B)$$

Il est possible que A dépende simplement de B ; mais, en général, A dépendra aussi de la variation de B avec le temps ou de la vitesse de cette variation ; c'est-à-dire que A et B seront liés par une relation où figureront les dérivées premières, secondes etc..., de B par rapport au temps ; et la valeur de A sera donnée par l'intégration d'une équation différentielle.

On pourra être ainsi conduit, en particulier, à intégrer une équation de deuxième ordre à coefficients constants. Or, on sait qu'une semblable équation peut donner pour A une valeur périodique.

Nous allons en donner un exemple particulièrement intéressant, se rapportant à un certain nombre de phénomènes physiques et de phénomènes biologiques, où plusieurs causes se combinent pour donner un effet oscillatoire rapidement amorti. On aura l'image d'un semblable effet dans la chute d'une balle de caoutchouc qui tombe à terre et rebondit plusieurs fois avant de s'arrêter.

Supposons qu'un phénomène A soit dû à deux actions différentes B et C. L'action B croît avec le temps et aide le phénomène A à se produire ; on l'appellera positive. Au contraire, l'action C est négative et sa vitesse croît avec l'état du phénomène A relatif à une époque antérieure $t - t_0$.

On pourra donc écrire

$$A = B - C$$

et

$$B = ht$$

$$\frac{dC}{dt} = lA(t - t_0)$$

en désignant par k et l deux constantes. Si le retard t_0 était nul, A serait donné par la formule

$$A = \frac{h}{l} - \frac{1}{l} e^{h - lt}$$

h représentant une nouvelle constante.

Ainsi, le phénomène A croîtrait avec le temps de plus en plus lentement et tendrait vers une limite $\frac{h}{l}$ pour un temps infini.

Au contraire, si *le retard* t_0 *n'est* pas *nul*, la solution du problème est une fonction A (t) qui présente une série d'*oscillations rapidement amorties*.

Celà résulte immédiatement de l'intégration de l'équation.

On peut d'ailleurs le prévoir sans aucun calcul : le phénomène A croît jusqu'à une certaine époque pour laquelle il est maximum, puis diminue jusqu'à un minimum qui peut être assez faible, augmente de nouveau jus-

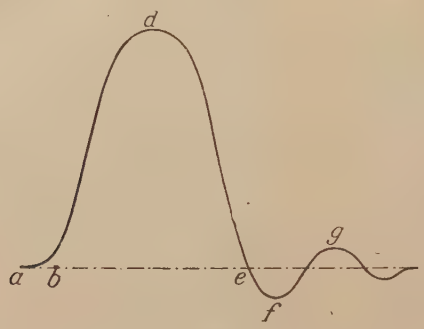

Fig. 7. — Courbe musculaire

qu'à un certain maximum et passe par une série d'oscillations de plus en plus faibles pour tendre assez rapidement vers une limite invariable.

Comme exemples de phénomènes physiques présentant une allure semblable, nous citerons la production de maxima et minima apparents dans les *pseudo-franges* et les phénomènes de *renversement de l'image latente*, en photographie (1).

Comme exemples de phénomènes biologiques présentant cette allure, nous citerons *le mode de retour à l'équilibre* des diverses parties de l'organisme quand elles sont soumises à une perturbation brusque, dont on a des résultats expérimentaux nets dans quatre cas parti-

(1) G. Sagnac. *De l'optique des rayons de Rontgen*, p. 34.

culiers : celui du muscle cardiaque, celui de la substance cérébrale grise, celui du nerf et celui de l'œil (1).

Nous donnerons comme autre exemple la courbe représentant l'effet d'une excitation électrique sur un muscle (fig. 7.). Elle présente une phase (1) correspondant à la période latente, une phase (2) d'action croissante *bd* et une phase (3) de retour à l'état initial *de*. Il y a encore

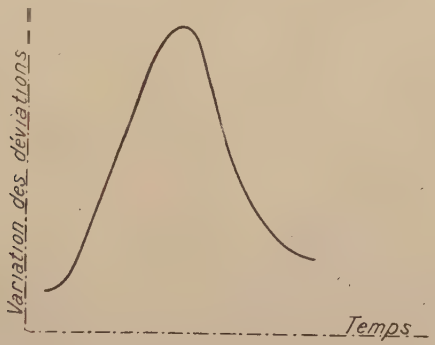

Fig. 8. — Courbe de réaction moléculaire de l'oxyde de fer magnétique.

une quatrième phase très intéressante, celle de la vibration élastique subséquente *efg*, correspondant aux oscillations rétiniennes observées par M. Aug. Charpentier.

M. Bose, dans un intéressant travail sur la *généralité des phénomènes moléculaires produits par l'électricité sur la matière inorganique et sur la matière vivante* (2), fait remarquer que cette courbe est très semblable à la courbe de déformation moléculaire produite par l'excitation électrique sur une substance inorganiqne, réduite en frag-

(1) André Broca. *Les transformations d'énergie dans l'organisme*, II. Ondulations organiques. Congrès de physique, 1900.
(2) Congrès de physique, 1900.

ments très petits pour la facilité de l'étude, et dont la déformation est mesurée par les variations de la conductibilité ou de la résistivité électrique sous l'influence d'une excitation électrique. La figure 8 montre la courbe obtenue avec l'oxyde magnétique Fe^3O^4. Avec certaines substances, il a noté, comme pour le muscle, une tendance vers des oscillations ou *vibrations subséquentes*.

Bien qu'il ne s'agisse plus des oscillations de retour à l'équilibre, nous résumerons quelques autres analogies intéressantes indiquées dans le mémoire de M. Bose.

Quand la substance est immergée dans un milieu avec lequel la substance déformée peut entrer en réaction chimique, des réactions peuvent se produire ; ce sont des effets secondaires. M. Bose en a tiré une *théorie de l'action photographique* ; il y a aussi lieu de tenir compte de ces effets secondaires dans l'emploi thérapeutique de l'électricité ou des diverses radiations (lumière, rayons X, radium).

La superposition des excitations, lorsqu'elles se succèdent très rapidement donne pour les substances inorganiques une courbe analogue à celle de la tétanisation d'un muscle.

M. Bose ayant constaté que, très souvent, pour les matières inorganiques les effets de l'excitation au-dessus et au-dessous d'une *intensité critique* sont de signe contraire, rapproche ce fait de l'action physiologique de certains médicaments, dont une faible dose produit une action opposée à celle d'une forte dose.

Lorsque l'effet maximum a été produit dans une sub-

stance par une excitation, une nouvelle excitation ne produit que peu ou point d'action, *à moins que la substance ne soit revenue dans l'intervalle.* Si la déformation a dépassé la limite d'élasticité, il n'y a pas de retour immédiat ; la substance ne réagit plus ; elle est dite *fatiguée.* Pour enlever la fatigue, il faut accélérer le retour de la substance, ce qui peut se faire par des vibrations mécaniques ou par une application de chaleur. De même, une méthode rapide pour supprimer la fatigue des muscles est le *massage* (vibrations mécaniques), et le *bain turc* qui combine le massage avec une application modérée de la chaleur, est un des moyens les plus efficaces pour supprimer la fatigue corporelle.

Enfin l'injection de certaines substances étrangères peut ou bien augmenter la viscosité ou diminuer l'élasticité et, ainsi, déterminer une perte partielle ou totale de la réaction. Tel est l'effet de *poisons variés* modifiant la courbe des muscles ; c'est ainsi que la vératrine, les sels de baryum, strontium et calcium retardent le retour spontané du muscle.

Même lorsque la connaissance des causes en jeu dans un phénomène est incomplète, il est cependant quelquefois possible d'en déduire certaines conséquences générales sur les lois de ce phénomène.

Nous en donnerons comme exemple à la médecine *l'ac-*

tion d'une cause secondaire sur le cours d'une maladie, d'après M. Bouchard (1).

« Au nombre des moyens qu'utilisent l'organisme dans sa défense contre les bacilles pathogènes, il y a certaines propriétés humorales défavorables à la vie, à la pullulation et à l'activité sécrétoire des bacilles, qu'on réunit sous le nom de *propriétés bactéricides*. Une autre propriété du sérum sanguin, qui est sans action contre les bacilles, mais qui aide l'organisme dans sa défense contre leurs poisons, c'est la propriété antitoxique. Tout ce qui impressionne, surtout d'une manière durable, l'activité nutritive des cellules, peut modifier la composition chimique des humeurs. Les propriétés antitoxiques, et surtout les propriétés bactéricides des humeurs étant liées à leur composition chimique, le changement de l'activité nutritive des cellules peut exercer une influence sur la réceptivité ou la résistance aux maladies infectieuses, comme aussi sur la gravité ou la durée de ces maladies. Et, comme les modifications dans la composition chimique des humeurs peuvent aussi influer directement sur l'activité des bacilles, leur pullulation, leur activité sécrétoire, l'action d'une cause secondaire C (en thérapeutique, une influence de milieu, un changement de régime nutritif..., etc., etc.) sur le cours de la maladie peut se résumer dans le schéma suivant :

La cause C aura une double action :

(1) C. Bouchard. *Immunité et spécificité*. Comptes rendus de l'Académie des sciences, t. CXXIX, 1899, p. 308.

1° L'une d'intensité X_1 sur la cause active directe (activité des bacilles).

2° L'autre d'intensité X_2 sur la cause passive directe (propriétés bactéricides antitoxiques des humeurs).

Chacune de ces deux actions peut être renforçante, affaiblissante ou indifférente par rapport à la cause passive ; le sens de ces actions respectives sera indiqué par le signe des grandeurs X_1 et X_2. L'action simultanée de ces deux tendances se prête alors aux combinaisons suivantes :

		CARACTÈRE DE LA COMBINAISON		
	COMBINAISONS DES TENDANCES X_1 et X_2	pour l'activité des bacilles	pour la résistance de l'organisme	ACTION RÉSULTANTE SUR LE COURS DE LA MALADIE
1.	$X_1 - X_2$	Renforçante.	Antagoniste.	*Aggravante.*
2.	$-X_1 + X_2$	Antagoniste.	Renforçante.	*Atténuante.*
3.	$X_1 + X_2$	Renforçante.	Renforçante.	*Incertaine.*
4.	$-X_1 - X_2$	Antagoniste.	Antagoniste.	*Incertaine.*
5.	$X_1 + 0$	Renforçante.	Indifférente.	*Aggravante légère.*
6.	$-X_1 + 0$	Antagoniste.	Indifférente.	*Atténuante légère.*
7.	$0 - X_2$	Indifférente.	Antagoniste.	*Aggravante légère.*
8.	$0 + X_2$	Indifférente.	Renforçante.	*Atténuante légère.*
9.	$0 + 0$	Indifférente.	Indifférente.	*Nulle.*

De ces neuf combinaisons seules possibles, il y en a une à action nulle ; deux à action indifférente ; trois à action aggravante ; trois à action atténuante.

On réaliserait d'une foule de manières ce schéma dont on trouve des exemples concrets dans la clinique et dans l'expérimentation (1). »

(1) Nous avons extrait cet exemple *in extenso* de : *La Mécanique des phénomènes fondée sur les analogies* de M. M. Petrovitch, parue au moment de donner notre travail à l'impression.

CONCLUSION

Nous aurions pu donner d'autres exemples d'application des mathématiques à l'étude des phénomènes biologiques, physiologiques ou pathologiques ; nous aurions pu montrer l'application du calcul de la résistance des matériaux à la structure des os (1) ; nous aurions pu développer les applications de la thermodynamique à la biologie (2) ; nous aurions pu reproduire une intéressante étude analytique de l'auto-intoxication (3), etc.

Ces exemples nous auraient amené aussi bien que ceux que nous avons cités, aux mêmes conclusions que nous formulerons ainsi :

Dans l'état actuel de la science, l'application directe des mathématiques aux phénomènes biologiques repose souvent sur de grandes illusions : ils dépendent d'un trop grand nombre de variables et les données indispensables à la mise en équation sont trop peu connues.

Mais si l'on ne peut actuellement établir toutes les lois biologiques par le calcul, on peut, grâce aux mathémati-

(1) D'Arsonval, Gariel, etc. *Traité de Physique biologique.*

(2) Dr André Broca. *Les tranformations d'énergie dans l'organisme.*

(3) Dr J. Deschamps. *Principes de biologie rationnelle.*

ques, faire mieux comprendre par certaines analogies le caractère de nombre de ces lois.

En outre, l'emploi des représentations graphiques, familières aux mathématiciens, est susceptible de simplifier et d'éclaircir nombre d'explications difficiles à bien présenter sans ce secours.

Enfin les progrès que fait chaque jour la physique biologique ne tarderont pas à amener dans les méthodes thérapeutiques une véritable révolution ; l'avenir est incontestablement à la physico-thérapie et il sera un temps où ce ne seront plus seulement quelques spécialistes, mais tous les médecins praticiens qui devront être au courant des progrès de la physique, ce qui exige une certaine instruction mathématique.

Les progrès de la médecine sont d'ailleurs liés aux progrès de l'emploi des méthodes mathématiques. Les paroles suivantes de lord Kelvin doivent en effet être appliquées aussi bien à la médecine qu'à n'importe quelle autre branche de nos connaissances : « Je dis souvent que si vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer par un nombre, vous savez quelque chose de votre sujet ; mais si vous ne pouvez le mesurer, si vous ne pouvez pas l'exprimer en nombre, vos connaissances sont d'une pauvre espèce et bien peu satisfaisantes ; ce peut être le commencement de la connaissance ; mais vous êtes à peine dans vos pensées, avancés vers la science, *quel qu'en puisse être l'objet.* »

Mais, même lorsqu'on aura pu déterminer toutes les conditions expérimentales et que les mathématiques auront fait des progrès suffisants pour pouvoir traiter par le

calcul tous les phénomènes physiologiques ou pathologiques, l'observation, l'expérience et, par suite, la clinique ne continueront pas moins à jouer un grand rôle dans les recherches destinées à faire progresser la science médicale.

Car, comme le dit justement M. H. Poincaré : « L'expérience est la source unique de la vérité : elle seule peut nous apprendre quelque chose de nouveau ; elle seule peut nous donner la certitude. Voilà deux points que nul ne peut contester (1). »

C'est un fait connu que nombre d'étudiants en médecine négligent — à tort — l'étude de la physique biologique qui est cependant appelée à participer, pour une grande part, aux progrès de la médecine.

Nous croyons que cet abandon regrettable provient surtout de leur instruction mathématique qui est beaucoup trop faible pour leur permettre de comprendre les lois de la physique (2). Nous sommes persuadés que s'ils étaient à même de les comprendre, ils verraient mieux l'avenir qui est réservé à la physique biologique.

Nombre de savants commencent d'ailleurs à se préoccuper de la nécessité de donner aux médecins une plus forte éducation mathématique.

Dans une des conférences sur l'*Education de la Dé-*

(1) H. Poincaré. *Rapports présentés au Congrès international de physique*, t. L, p. 1.

(2) Nous constatons tous les ans que le plus grand nombre des étudiants du P. C. N. éprouvent de la difficulté à faire le moindre calcul numérique.

mocratie, données à l'école des Hautes Etudes sociales, sous la présidence de M. Croiset, M. P Appell, doyen de la Faculté des Sciences de Paris s'exprime ainsi :

« Il serait très utile que le P. C. N. comportât, outre les cours actuels, un enseignement de mathématiques comprenant les éléments du calcul arithmétique, de l'algèbre et de la géométrie analytique. Le certificat d'études P. C. N. ainsi constitué formerait un certificat d'études supérieur, pouvant conférer un tiers de licence.....

.....

.....

En outre, le fait de posséder déjà ce tiers de licence engagerait certainement beaucoup de futurs médecins à prendre ensuite deux autres certificats pour avoir le grade de licencié et, peut-être plus tard, celui de docteur ès-sciences ; l'éducation scientifique du corps médical ne pourrait qu'y gagner. Enfin, l'introduction d'un enseignement de mathématiques au P. C. N. se justifie par ce fait que les connaissances mathématiques, indispensables aux physiciens et aux chimistes, rendent aussi de grands services dans les sciences biologiques où les procédés géométriques, les représentations graphiques jouent actuellement un rôle de plus en plus considérable (1) ».

Un docteur en médecine même, dont les travaux biologiques sont universellement connus, M. Félix Le Dantec, s'exprime ainsi :

(1) P. Appell, membre de l'Institut. *L'enseignemont supérieur des sciences*, revue générale des sciences pures et appliquées, 30 mars 1904, p. 290.

« Combien de fois n'ai-je pas constaté la désolation de médecins éminents qui, ayant reconnu la nécessité de s'initier tardivement aux découvertes de la physique moderne, ont été arrêtés par l'insuffisance de leur culture mathématique !

« Si, parmi les étudiants en médecine, la séparation pouvait se réaliser dès le début entre ceux qui veulent être de simples praticiens et ceux qui comptent devenir professeurs dans les Facultés de médecine, il faudrait que ces derniers fussent astreints à faire, avant l'année de P. C. N. imposée à tous, une année de *mathématiques générales*.

« Cet enseignement a été créé à la Sorbonne, il y a deux ans, et quoiqu'il ne fût imposé à personne, quoique le diplôme qui en est le couronnement ne fût exigé pour aucune carrière, les amphithéâtres ordinaires ont été insuffisants pour contenir le public désireux de suivre les cours, tant commence à se généraliser la certitude que les mathématiques sont indispensables à tout homme de science (1). »

Nous terminerons en disant que cette année même un certain nombre d'étudiants du P. C. N. suivent, d'eux-mêmes, l'enseignement de *Mathématiques générales* donné à la Sorbonne.

(1) Félix Le Dantec. Les études médicales, le P. C. N. In *Revue de Paris*, 1906, p. 650.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

Arrhénius (Svante), professeur à l'Université de Stockholm.— La physico-chimie des toxines et des anti-toxines. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 15e année, n° 13, 15 juillet 1904, p. 633.

Bodin (E.), professeur de bactériologie à l'Université de Rennes. — Biologie générale des bactéries. Encyclopédie scientifique des aide-mémoire publiée sous la direction de M. Léauté.

Bordier (H.), professeur à la Faculté de médecine de Lyon. — Les actions moléculaires dans l'organisme. Collection Scienta, n° 4. Gauthier-Villars, éditeur, Paris.

— Précis de physique biologique. Collection Testut. Oct. Doin, éditeur, Paris.

Bose (Jagadis-Chunder), professeur au presidency collège de Calcutta. — De la généralité des phénomènes moléculaires produits par l'électricité sur la matière inorganique et sur la matière vivante. Rapports présentés au Congrès international de physique réuni à Paris en 1900, t. III, p. 561. Paris, Gauthier-Villars, éditeur.

Bouchard (Ch.), membre de l'Institut. — Traité de pathologie générale. Paris, G. Masson, éditeur.

Broca (André). — Etudes physiologiques, physiques et cliniques sur la vision des éruptions cutanées. *Thèse* pour le doctorat de médecine soutenue le 20 décembre 1893 à la Faculté de médecine de Paris.

Broca (André), professeur agrégé à la Faculté de médecine de Paris. — Les transformations d'énergie dans l'organisme. Rapports présentés au Congrès international de physique réuni à Paris en 1900, t. III, p. 495. Paris, Gauthier-Villars, éditeur.

Charpentier (Aug.), professeur de physique médicale à la Faculté de médecine de Nancy. — Sur les phénomènes rétiniens. Rapports présentés au Congrès international de physique tenu à Paris en 1900, t. III, p. 523. Paris, Gauthier-Villars.

Bernard (Claude). — Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux, 1879-1885.

Courtade (Denis). — L'irritabilité dans la série animale. Collection Scientia, n° 7. Gauthier Villars, éditeur, Paris.

Le Dantec (Félix). — La matière vivante. Encyclopédie scientifique des aide-mémoire Léauté.

— Théorie nouvelle de la vie. Bibliothèque scientifique international. Félix Alcan, éditeur, Paris.

— Introduction à la pathologie générale.

Le Dantec (Félix), chargé de cours à la Faculté des sciences de Paris. — Les études médicales. *La Revue de Paris*, 1906, p. 635.

Deschamps (J.). — Etudes sur les principes et les applications de la physiologie et de la pathologie cellulaire. *Thèse* de la Faculté de médecine de Paris. Paris, Henri Jouve, éditeur, 1898.

— Etude analytique du phénomène de l'auto-intoxication. *Bulletin de la société des gens de science*, 15 janvier 1902.

— Principes de la biologie rationnelle. *Bulletin de la société*

philomatique de Paris, 9e série, t. IV, n° 34, p. 127 (1901-1902).

— Théorie mathématique de la vie. *Bulletin de la société des gens de science*, nos 11, 12, 13, novembre, décembre 1900 et janvier 1901.

Ditte (Alfred). — Le rôle du temps dans les transformations chimiques. *Revue scientifique*, 30 novembre 1901, p. 673.

Duclaux (Jacques). — Recherches sur les substances colloïdales. *Thèse* présentée à la Faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès-sciences physiques. Laval, imprimerie L. Barnéond, 8, rue Ricordaine, 1904.

Gariel, d'Arsonval, Chauveau, Warey. — *Traité de physique biologique*. Paris, Masson et Cie, éditeurs.

Henri (Victor). — Cours de chimie physique suivi d'applications à la chimie et à la biologie, cours libre professé à la Faculté des sciences de Paris. Librairie scientifique, A. Hermann, Paris.

Imbert (A.), professeur à la Faculté de médecine de l'Université de Montpellier. — Mode de fonctionnement économique de l'organisme. Collection Scientia, série biologique, n° 14. Paris, Gauthier-Villars.

Petrovitch (M.), professeur de mathématiques à la Faculté des sciences de Belgrade. — Les analogies mathématiques et la philosophie naturelle. *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 12e année, n° 13, 15 juillet 1901, p. 626.

— La mécanique des phénomènes fondée sur les analogies. Collection Scientia, n° 27. Paris, Gauthier-Villars, 1906.

Poincaré (Lucien), inspecteur général de l'Instruction publique. — La physique moderne. Paris, Ernest Flammarion, 1906.

Sagnac (Georges), chargé de cours à la Faculté des sciences de Paris. — De l'optique des rayons de Röntgen. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

Verworn (Max). — Physiologie générale, traduite par Hedon. Paris, Schleicher, éditeur.

Volterra (Vito). — Les mathématiques dans les sciences biologiques et sociales, *La Revue du mois*, n° 1, 10 janvier 1906, p. 1.

Vu : Le Président de la Thèse,

GARIEL.

Vu : Le Doyen,

DEBOVE.

Vu et permis d'imprimer,

Le Vice-Recteur de l'Académie de Paris,

L. LIARD.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 5

Peut-on appliquer les mathématiques aux sciences biologiques ? 5

CHAPITRE I. — RÉPONSE ANALYTIQUE AU PROBLÈME LE PLUS GÉNÉRAL QUE L'ON PUISSE POSER 9

Deux difficultés : 1° détermination des variables ; 2° forme de la fonction 10

Pourquoi il est illusoire de prendre le temps comme variable unique 13

L'emploi des mathématiques ne consiste pas à dire des tautologies 14

Analyse d'un exemple : il ne faut pas, quand on traite une question par le calcul, que le calcul puisse s'appliquer à un phénomène absolument quelconque 14

CHAPITRE II. — APPLICATION DE LA MÉCANIQUE A LA PHYSIOLOGIE 18

Y a-t-il, au point de vue mécanique, des différences essentielles entre la matière inorganique et la matière vivante ? 18

Arguments tirés du mouvement, de l'irritabilité, de la transformation continuelle de la matière vivante et de l'irréversibilité de cette transformation 19

Tout ce qu'on a démontré en mécanique peut s'appliquer à la physiologie 23

Chapitre III. — Application de l'étude mathématique des équilibres chimiques a la physiologie, a la pathologie et a la thérapeutique..... 25
On trouve dans la matière vivante les mêmes corps simples que dans la matière organique..... 25
Etude analytique de l'action des diastases, des toxines et des anti-toxines..... 26

Chapitre IV. — Application a la physiologie des théories de l'élasticité..... 30
Exemple de la contraction d'une fibre musculaire. Pénétration de la substance isotrope dans la substance anisotrope..... 37
Phénomènes électriques qui en résultent..... 38

Chapitre V. — Application de la tension superficielle a la forme des amibes et des leucocytes. Mouvements amiboides. Phagocytose..... 40
Equation des mouvements et déformations élémentaires. Calcul des réactions élastiques totales..... 42
Possibilité d'orienter les mouvements amiboïdes ; analogie avec les déplacements électriques du mercure..... 46

Chapitre VI. — De l'importance des analogies mathématiques..... 47
Deux exemples : nutrition d'un organisme monocellulaire ; les ondulations organiques..... 48
Analogies diverses entre la matière inorganique et la matière vivante ; applications à la thérapeutique 54
Action d'une cause secondaire sur le cours d'une maladie..... 55
Conclusion..... 59

IMPRIMERIE F. DEVERDUN, BUZANÇAIS (INDRE)